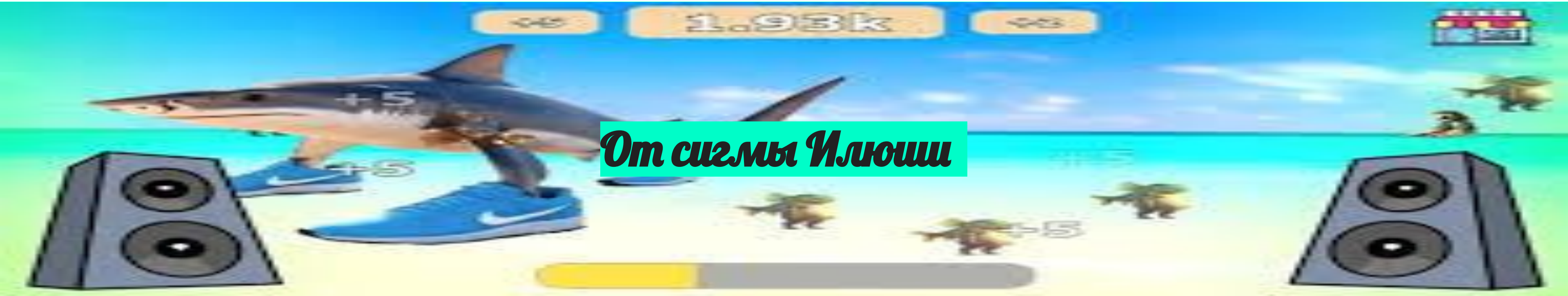
Ограниченная задача трех тел



От сигмы Илюши

Начнем с тестового примерчичечка

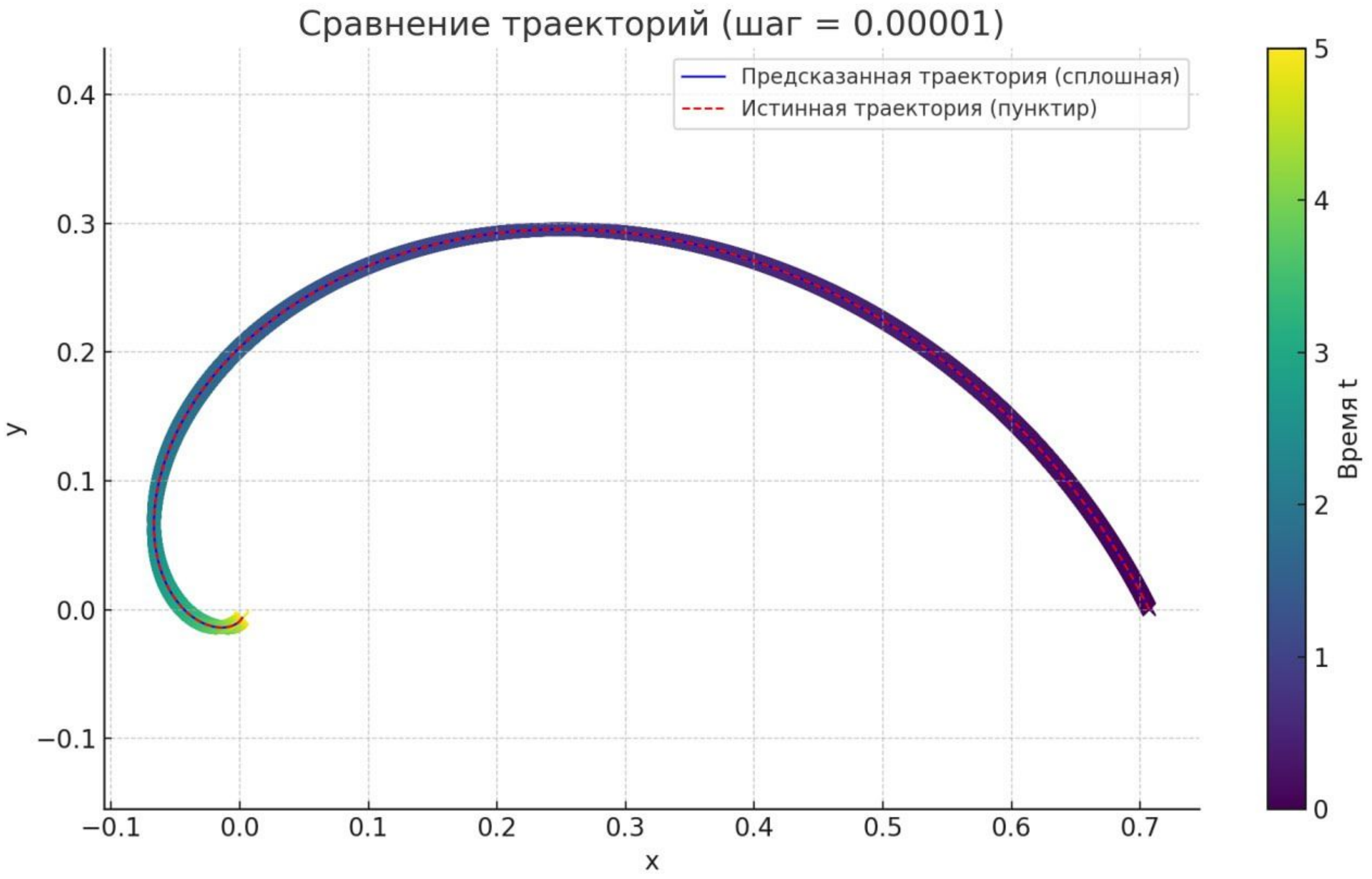
2. Протестируйте программу на примере системы уравнений

$$
\begin{aligned}
y_1' &= -\sin(t)/(1+e^{2t})^{1/2} + y_1(y_1^2 + y_2^2 - 1),\\
y_2' &= \cos(t)/(1+e^{2t})^{1/2} + y_2(y_1^2 + y_2^2 - 1),
\end{aligned}
$$

на отрезке $[0, 5]$ с точным решением (проверьте!)

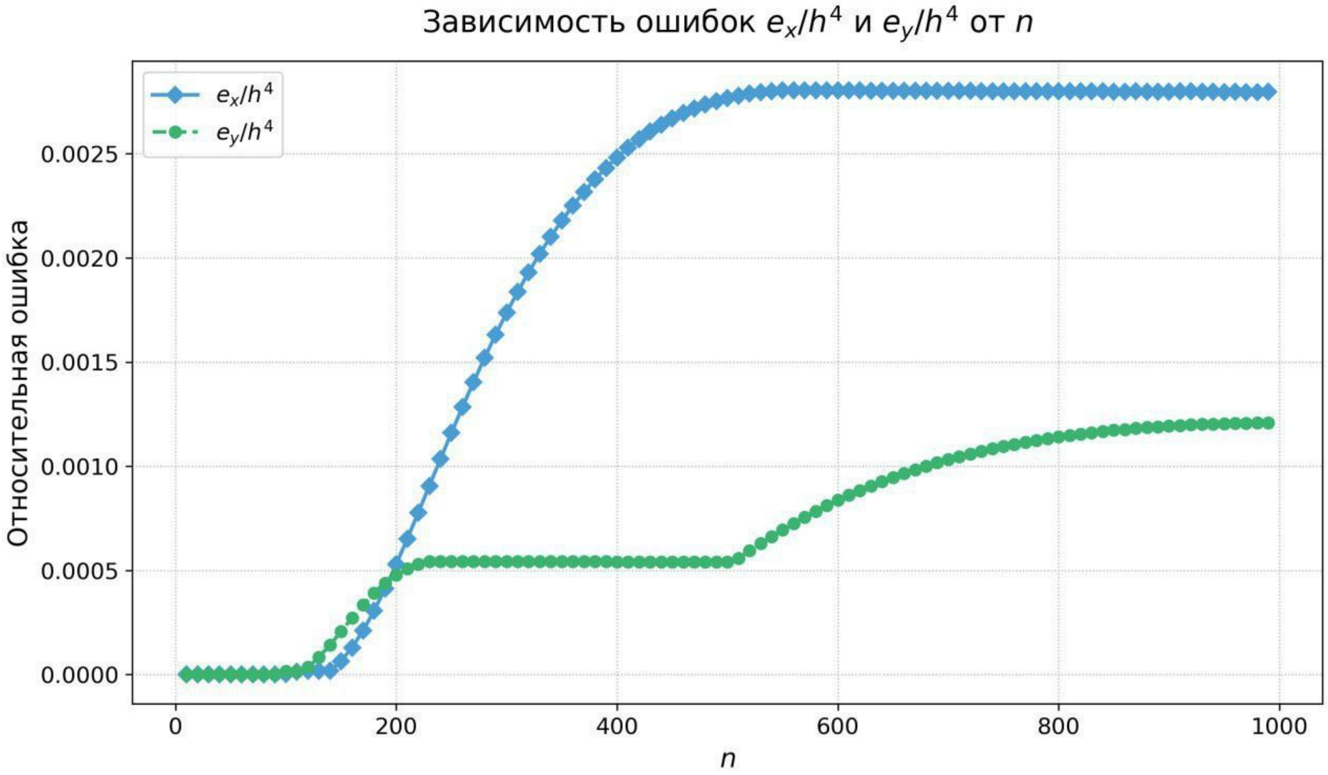
$$
y_1 = \cos(t)/(1+e^{2t})^{1/2}, \quad y_2 = \sin(t)/(1+e^{2t})^{1/2}.
$$

3. Для тестовой задачи постройте графики зависимости максимальной погрешности решения e и e/h^5 от выбранного шага h. Какие выводы можно сделать из полученных графиков?



Сравнение траекторий (шаг = 0.00001)
Предсказанная траектория (сплошная)
Истинная траектория (пунктир)
y
x
Время t
−0.1
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0
1
2
3
4
5

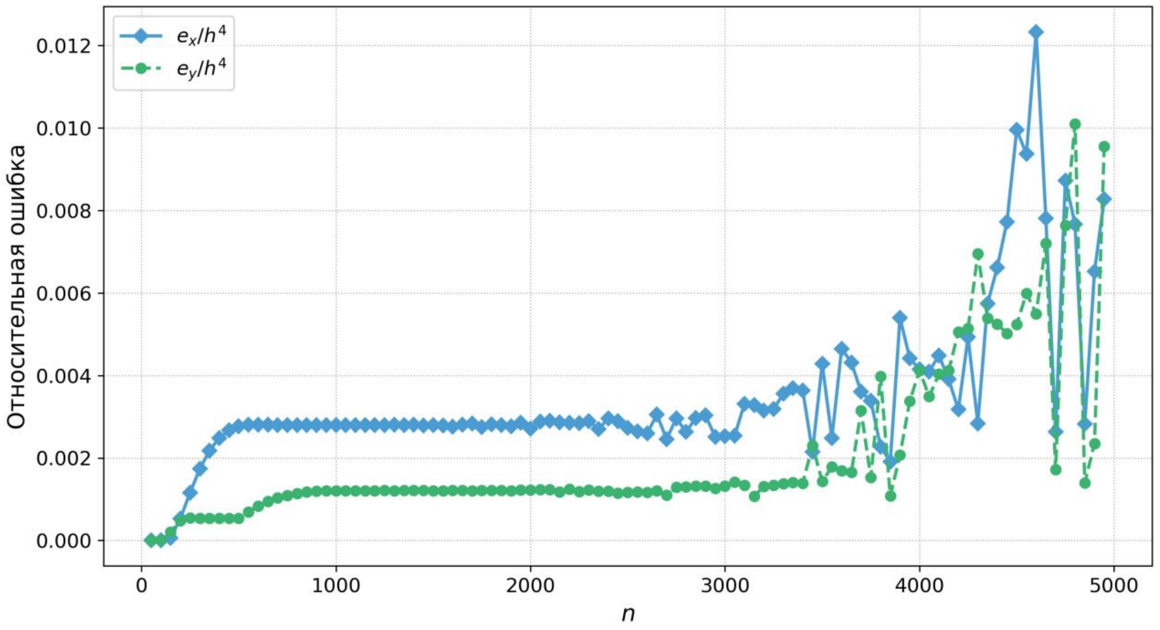
The График оф нормированная Ошибка



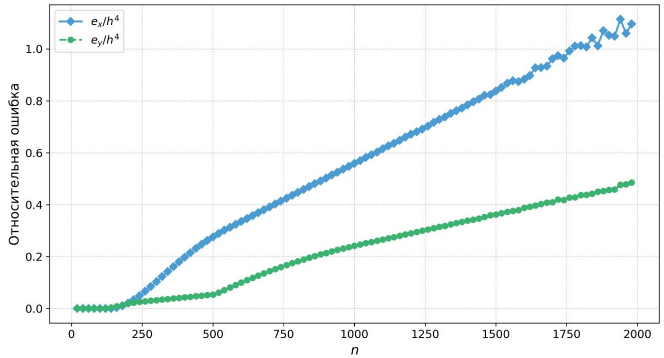
Неудачные попытки

$$\epsilon = O(h^5) = Ch^5 \implies \frac{\epsilon}{h^5} = C \text{ – искомая константа}$$

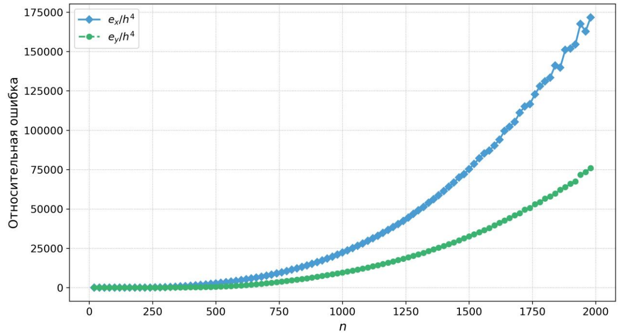
Зависимость ошибок e_x/h^4 и e_y/h^4 от n



Зависимость ошибок e_x/h^5 и e_y/h^5 от n



Зависимость ошибок e_x/h^7 и e_y/h^7 от n



Сама задача – орбита Аренсторфа

Вывод уравнений

$$\begin{cases} x'' = x + 2y' - M\frac{x+m}{R_1} - m\frac{x-M}{R_2} \\ y'' = y - 2x' - M\frac{y}{R_1} - m\frac{y}{R_2} \end{cases} \implies \begin{cases} v_1' = x + 2v_2 - M\frac{x+m}{R_1} - m\frac{x-M}{R_2} \\ v_2' = y - 2v_1 - M\frac{y}{R_1} - m\frac{y}{R_2} \\ x' = v_1 \\ y' = v_2 \end{cases}$$

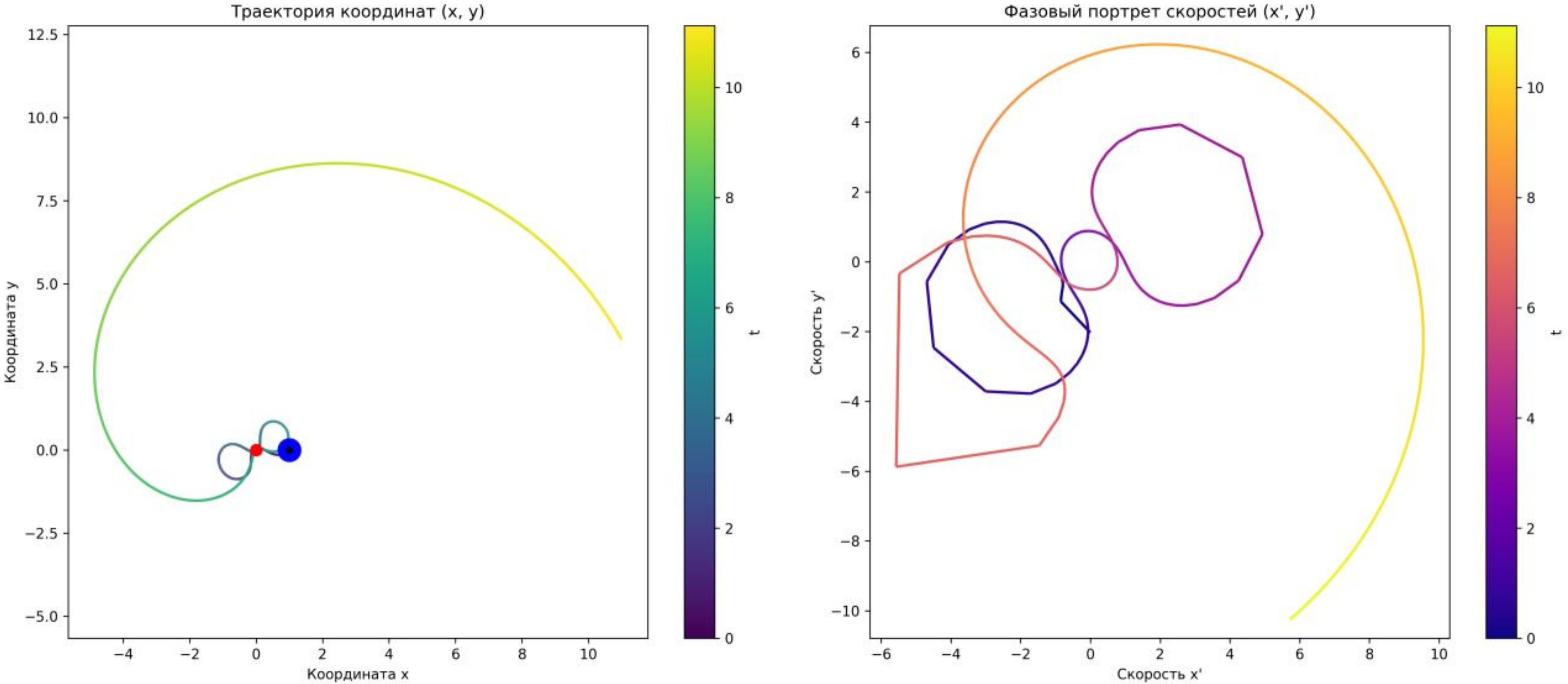
Задача Коши:

$$\begin{cases} v_1(0) = 0 \\ v_2(0) = -2.031732629557337 \\ x(0) = 0.994 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Где:

$$\begin{aligned} m &= 0.012277471 \\ M &= 1 - m = 0.987722529 \\ T &= 11.124340337 \\ R_1 &= ((x+m)^2 + y^2)^{3/2} \\ R_2 &= ((x-M)^2 + y^2)^{3/2} \end{aligned}$$

Этот супер сигма способ позволяет нам решить задачу с помощью метода Рунге-Кутты!!!!

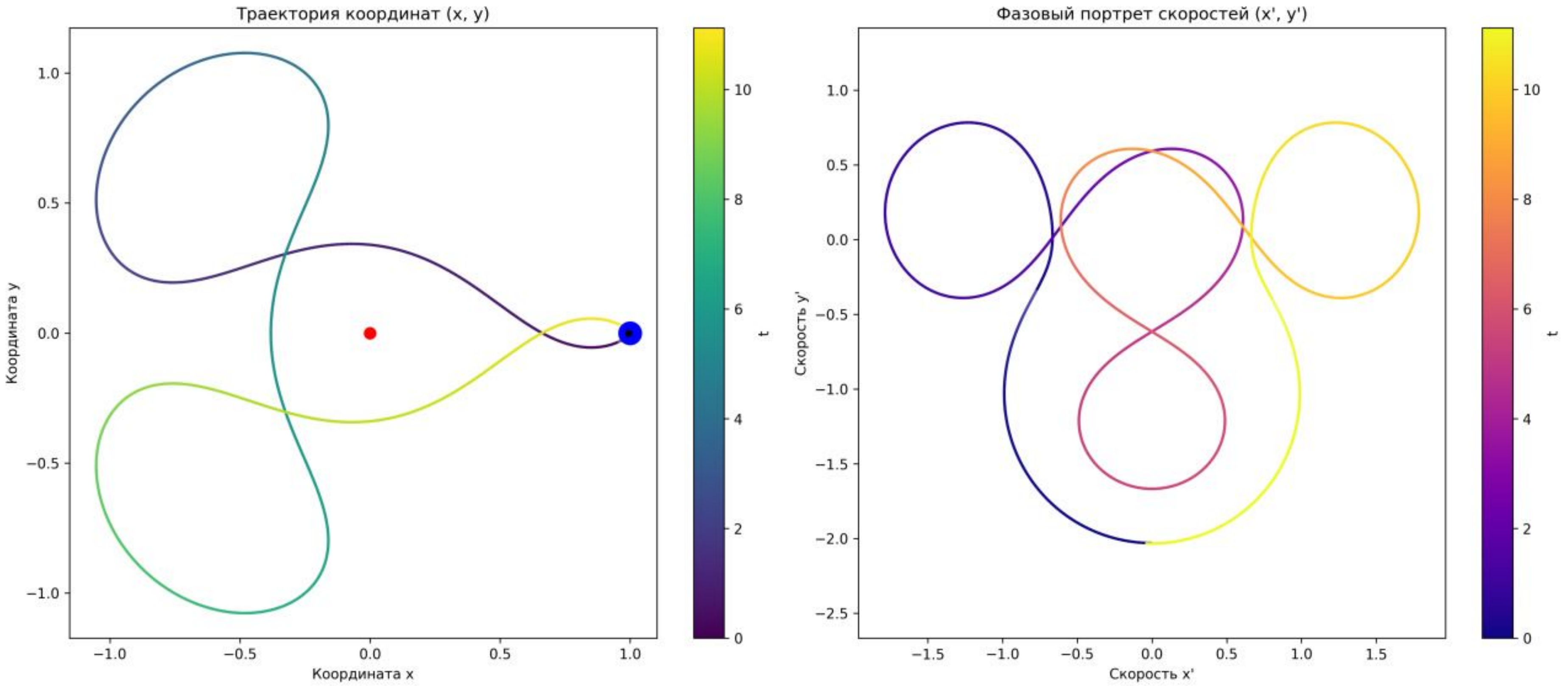

Траектория координат (x, y)
Координата x
Координата y
t
Фазовый портрет скоростей (x', y')
Скорость x'
Скорость y'
t

4. Решите систему уравнений (1), (2) при помощи разработанной программы. Рассчитайте орбиту Аренсторфа. Учтите, что решения задачи бесконечно дифференцируемы всюду за исключение двух точек $(-m, 0)$, $(M, 0)$. Поэтому в окрестности начала и конца отрезка интегрирования необходимо выбирать существенно меньший шаг интегрирования h, чем в другие моменты времени. Постройте график орбиты в координатах (x, y), а также график скорости движения в координатах (x', y').

AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAAA!!!!!!!!!!!!!!!!!!

N=1'000->H=1E-3

Однако добавим теперь это адаптивное разбиение — в радиусе 0.1 от этих точек будем уменьшать шаг в 100 раз


Траектория координат (x, y)
Координата x
Координата y
t
Фазовый портрет скоростей (x', y')
Скорость x'
Скорость y'
t